

МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ СТРУКТУРЫ ДРЕВЕСНОГО ЯРУСА НА ВЫРУБКАХ. ЧАСТЬ 1. УПРАВЛЯЮЩИЕ ПАРАМЕТРЫ

Н.С. ИВАНОВА,

кандидат сельскохозяйственных наук, старший научный сотрудник, Ботанический сад УрО РАН

Г.П. БЫСТРАЙ,

доктор физико-математических наук, профессор, Уральский государственный университет им. А.М. Горького

Ключевые слова: математическое моделирование, теория катастроф, восстановительно-возрастная динамика, смена древесных видов, прогнозирование, травяно-кустарничковый ярус, мощность почв.

Сплошные рубки и пожары – основные факторы сокращения лесов в России [1]. В связи с этим остроактуально изучение закономерностей восстановления лесной растительности на вырубках и вырубках-гарях. Проблема естественного лесовосстановления на вырубках и вырубках-гарях широко обсуждается в литературе. Предложен ряд гипотез о механизмах сукцессионных смен [1, 2]. На их основе возможны качественные прогнозы динамики лесных экосистем. Для количественного прогнозирования необходимо математическое моделирование. В настоящее время для количественного прогнозирования формирования лесной растительности на вырубках разрабатываются модели на основе систем связанных дифференциальных логистических уравнений [3], матричные модели конкурирующих структурированных популяций видов-доминантов [4], сложные имитационные модели [5]. Теории катастроф уделяется незаслуженно мало внимания.

Цель исследований

Построение в рамках теории катастроф количественной математической модели формирования лесной растительности на вырубках в зависимости от двух управляющих параметров: интенсивности развития травяно-кустарничкового яруса и ле-

сорастительных условий (мощности почв); верификация её на основе экспериментальных данных.

Основная задача – выявление взаимоотношений берёзы (*Betula pendula* Roth, *B. pubescens* Ehrh.) и сосны (*Pinus sylvestris* L.) (наиболее распространённых на Урале и в Зауралье древесных видов) в процессе формирования нового древостоя.

Работа выполнена при поддержке Программы Президиума РАН «Биологическое разнообразие», Целевой программы УрО РАН, выполняемой в содружестве с учёными СО и ДВО РАН, «Диагностика состояния, моделирование тенденций и прогноз развития регионов России на период до 2030 г.» (проект 09-С-6-1001) и гранта РГНФ 09-02-00561а «Безопасность критических инфраструктур и их влияние на развитие хозяйственного комплекса территории».

В предыдущей статье [6] нами введены основные понятия и уравнения теории катастроф, приведена последовательность анализа и построения математической модели. Предложена следующая модель формирования лесной растительности на сплошных вырубках в зависимости от двух управляющих параметров: структура T (безразмерная характеристика равномерно распределённого травянистого яруса), объединяясь

620134, г. Екатеринбург,
ул. Билимбаевская, 32а;
тел. 8-9028712327;
e-mail: i.n.s@bk.ru



620083, г. Екатеринбург,
пр. Ленина, 51;
тел. 8 (343) 350-74-01

с двумя величинами ρ (характеристика, описывающая древесную растительность: сосна + берёза), приводит к образованию трёх величин ρ . В то же время величины ρ и T влияют на почвообразовательный процесс H . В свою очередь, H влияет на формирование древесного (ρ) и травянистого яруса (T). Данные процессы протекают как в прямом, так и в обратном направлении. Это формализуется следующей схемой протекания процессов:

$$T + 2\rho \leftrightarrow 3\rho(k_1, k_2)$$

$$\rho \leftrightarrow H(k_1, k_2)$$

$$T \leftrightarrow H$$

В скобках – константы скоростей прямых и обратных процессов. Из этого следует следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{d\rho}{dt} = -k_1|\rho + k_2|T\rho - k_3|\rho + k_4|H, \quad (1)$$

где k_i – некоторые другие параметры экосистемы, которые следует определить.

Mathematical modeling, catastrophe theory, forest restoration, change of tree species, prognosis, herb layer, edaphic factor.

Управляющий параметр T – безразмерная характеристика интенсивности развития травянистого яруса. $T = (\alpha - \alpha_0) / \alpha$, где $\alpha = (\alpha_1 + \alpha_2) / 2$ – средняя суммарная масса (плотность) сосны (*Pinus sylvestris*) и берёзы (*Betula pendula* и *B. pubescens*); α_0 – масса трав (плотность); ρ_1, ρ_2 – плотность (масса) сосны (*Pinus sylvestris*) и берёзы (*Betula pendula* и *B. pubescens*) соответственно. Чем больше масса трав, тем меньше T .

Управляющий параметр H – характеристика богатства лесорастительных условий (мощность почвы, см). Мощност почв – комплексный фактор, характеризующий запас в почве элементов минерального питания и влаги, широко используемый в лесной типологии [7].

Нами анализируется влияние управляющих параметров на численность подроста сосны (*Pinus sylvestris*) и берёзы (*Betula pendula* и *B. pubescens*) на сплошных вырубках. Для 4-5-летних вырубк предпочтительнее использовать численность подроста древесных видов, чем их массу, так как подрост на вырубках разновозрастный (его масса варьирует в широких пределах).

Основной задачей является выявление критических точек – значений управляющих параметров, при которых наблюдается равенство численностей сосны (*Pinus sylvestris*) и берёзы (*Betula pendula*, *B. pubescens*). Они необходимы для перехода от уравнения (1) к безразмерной форме (уравнению 2) и определения приведённого энергетического потенциала F^* (уравнение 3) [8]:

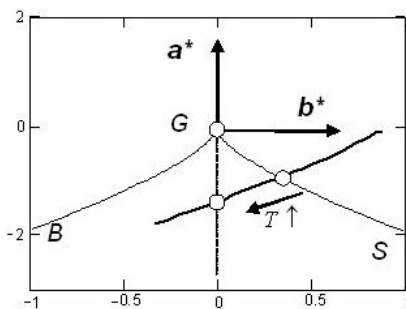


Рисунок 1. Сепаратриса BGS формирующейся на вырубке лесной растительности;

управляющие параметры зависят от $H^* = H : H_c$ – внешнего поля (H – мощность почв, H_c – критическая мощность почв) и параметра травянистого яруса T :

$$a^* = -3(T^2 \alpha_0^2 - 1);$$

$$b^* = -H^* + 3T\alpha_0^2 - 2T^2 \alpha_0^3; \alpha_0^2 = 1,22;$$

$T = 0,85 \pm 1,0$; $H^* = 0,08$. Двумя точками отмечена область метастабильных состояний

$$\frac{d\eta}{d\alpha} = -(\eta^2 + a^2\eta + b^2), \text{ или } \frac{d\eta}{d\alpha} = -\frac{\partial F^*}{\partial \eta}, \quad (2)$$

$$F^*(\eta, a^2, b^2) = -\frac{1}{4}\eta^4 + \frac{1}{2}a^2\eta^2 + b^2\eta,$$

$$\eta = \alpha^2 - T\alpha_0^2 \quad (3)$$

Здесь $\eta = \alpha^2 - T\alpha_0^2$ – параметр порядка, характеризующий отклонение плотности растительности (древесной и травянистой) при фиксированной величине T , близкой к единице, от некоторого среднего значения плотности сосны и берёзы $\alpha_0 = (\alpha_1 + \alpha_2) / 2$; ρ_c – плотность в критической точке; $\alpha_0 = |k_1| / \sqrt{3|k_2|} \rho_c$; константы a^* , b^* – параметры: $a^* = -3(T^2 \alpha_0^2 - 1)$, $b^* = -H^* + 3T\alpha_0^2 - 2T^2 \alpha_0^3$. Параметр $b^* = -H^* + H_c$ можно представить как сумму внешнего поля H^* и собственного самосогласованного $H_c = 3T\alpha_0^2 - 2T^2 \alpha_0^3$. $H^* = H : H_c$, H_c – критическая мощность почв. При $b^* = 0$ $H^* = H_c$.

Сепаратриса уравнения формирующейся на вырубке лесной растительности:

$$\left(\frac{a^*}{3}\right)^2 + \left(\frac{b^*}{2}\right)^2 = 0$$

является предельной для метастабильных состояний древесного и травянистого ярусов (рис. 1). Это теоретический рисунок. Задача наших исследований – для изучаемых лесов определить T , H^* , ρ_c , ρ_1^* , ρ_2^* , на основе которых рассчитать a^* , b^* . В результате изучения особенностей формирования лесной растительности на 4-5-летних вырубках возможно определение H , H_c (и, соответственно, H^*), ρ_c . Для определения второго управляющего параметра (T) необходимо кроме массы трав (ρ_m) знать среднее значение плотности сосны и берёзы (ρ_0). Для этого надо рассмотреть дальнейшую восстановительно-возрастную динамику на вырубках, что планируется сделать нами в дальнейшем. Это также позволит определить (ρ_0^*) (входит в формулы для a^* , b^*).

Объекты и методика исследований

Наши исследования проведены на сплошных вырубках, расположенных на территории южно-таёжного округа Зауральской холмисто-предгорной провинции [7] между 57°00' – 57°05' с.ш. и 60°15' – 60°25' в.д.

Район исследований – расчленённое предгорье, образованное чередованием меридиональных возвышенностей и гряд с широкими межгорными вытянутыми понижениями, в

которых расположены крупные озёра, окружённые торфяниками [7]. Абсолютные высоты – 200-500 м над ур. м. Возвышенности имеют мягкие очертания, тупые и широкие вершины. Склоны – длинные и пологие. Речная сеть разветвлённая. Климат умеренно холодный и умеренно влажный. Среднегодовая температура – +1°, июля – +17°. Безморозный период – 90-115 дней. Годовая сумма осадков – 400 мм. Снеговой покров – 40-50 см. Отчётливо выражены температурные инверсии. Опасность поражения лесов пожарами довольно высокая [7].

Это типичный лесной район. Преобладают сосновые (зеленомошные и травяные типы) леса и производные от них березняки, режа – осинники [7]. Гетерогенные лесорастительные условия и интенсивное ведение лесного хозяйства привели к распространению в этих условиях чрезвычайно мозаичного растительного покрова, представляющего собой различные варианты восстановительно-возрастной динамики лесных экосистем, что идеально для целей наших исследований. В предлагаемой статье рассматривается начальный этап формирования древесной растительности на сплошных вырубках. Формирующаяся в этот период структура взаимосвязей во многом определяет всю дальнейшую динамику лесной экосистемы.

Нами обследованы 4-5-летние вырубки в широком градиенте лесорастительных условий: от нижних частей пологих склонов с дренированными почвами мощностью более 50 см (обеспечивают устойчивый режим увлажнения почвогрунтов) до верхних частей крутых склонов и вершин гор с мелкими каменистыми почвами (10-20 см) (крайне неустойчивый режим увлажнения). Для вырубк выполнены общие геоботанические описания по общепринятым методикам [9]. Для определения продуктивности травянистого яруса с площадок 1x1 м взяты укосы трав. Они разобраны по видам, высушены до абсолютно сухого состояния и взвешены. На этих же площадках учтён подрост древесных видов. Определён видовой состав, численность, возраст, приросты в высоту, диаметры (у основания, на 0,1 и на половине высоты дерева). По результатам полевых исследований составлены типологическая и геоботаническая характеристики изученных вырубк (табл.). За основу взяты схемы типов лесорастительных условий и типов леса Б.П. Колесникова и др. [7]. Там же можно найти более подробную характеристику коренных и условно-коренных типов леса. Типологическая и геоботаническая характеристики вырубк изучаемого региона приводятся впервые.

Таблица

Схема типов лесорастительных условий, условно-коренных типов леса и типов вырубок дренированных местоположений Зауральской холмисто-предгорной провинции южно-таёжного лесорастительного округа (низкогорные и предгорные - 200-500 м над ур. м. - типы лесорастительных условий)

Лесорастительные условия			Типы леса	
Режим увлажнения	Рельеф, почва (особенности и мощность)	Индекс	Условно-коренной тип леса, бонитет, шифр	Тип вырубки, возобновление древесных видов; травяно-кустарничковый ярус: проективное покрытие (%), высота (см), фитомасса (г/м ²), число видов на м ² , доминирующие и обильные виды
Устойчиво сухие	резко очерченные вершины возвышенностей, хорошо инсолированные крутые склоны с маломощными супесчаными и легкосуглинистыми буроземовидными горно-лесными почвами (5-20 см)	311	сосняк лишайниково-брусничниковый (<i>Pinetum cladoniosovaccinosum</i>); III-IV; С лиш. бр.	вейниково-бруснично-ракетниковые; обильное – сосна, ива; достаточное – берёза; редкое – осина, лиственница; 10-15%, 50-60 см, 5-15 г/м ² , 6-9, <i>Calamagrostis arundinacea</i> , <i>Chamerion angustifolium</i> , <i>Antennaria dioica</i> , <i>Rubus saxatilis</i> , <i>Vaccinium vitis-idaea</i>
Свежие, периодически сухие	вершины и верхние половины склонов возвышенностей с мелкими горно-лесными слабоподзоленными легкосуглинистыми почвами (5-20 см)	321	сосняк брусничниковый (<i>Pinetum vaccinosum</i>); II-III; С бр.	вейниковые; обильное – сосна, ива; достаточное – берёза; редкое – осина, лиственница; 15-25 %, 60-80 см, 10-40 г/м ² , 6-10, <i>Calamagrostis arundinacea</i> , <i>Chamerion angustifolium</i> , <i>Vaccinium vitis-idaea</i> , <i>Achillea millefolium</i> , <i>Antennaria dioica</i> , <i>Rubus saxatilis</i> , <i>Melampyrum pratense</i> , <i>Viola canina</i> , <i>Solidago virgaurea</i> , <i>Galium boreale</i>
Устойчиво свежие	вершины спокойных возвышенностей, пологие склоны со щебнистыми горно-лесными дерново-подзолистыми суглинистыми почвами, реже – надпойменные террасы на супесчаном древнем аллювии (20-40 см)	331	сосняк ягодниковый (<i>Pinetum myrtillosum</i>); II-III; С яг.	вейниковые, ракетниково-вейниковые; достаточное – берёза, сосна, ива; редкое – лиственница, осина; 60-70%, 110-170 см, 50-100 г/м ² , 10-15, <i>Calamagrostis arundinacea</i> , <i>Rubus saxatilis</i> , <i>Solidago virgaurea</i> , <i>Galium boreale</i> , <i>Viola canina</i> , <i>Vaccinium vitis-idaea</i> , <i>Vaccinium myrtillus</i> , <i>Fragaria vesca</i> , <i>Luzula pilosa</i>
	верхние части придолинных склонов и вершины невысоких холмов с горно-лесными буроземовидными слабоподзоленными суглинистыми почвами (20-40 см)	332	сосняк ягодниково-липняковый (<i>Pinetum tilosomyrtillosum</i>); II; С яг. лп.	липняково-вейниковые, вейниковые; обильное – липа, ива; достаточное – берёза; редкое – сосна, лиственница, осина; 70-80%, 110-170 см, 90-200 г/м ² , 10-20, <i>Calamagrostis arundinacea</i> , <i>Brachypodium pinnatum</i> , <i>Stellaria holostea</i> , <i>Rubus saxatilis</i> , <i>Galium boreale</i> , <i>Lathyrus vernus</i> , <i>Lathyrus pratensis</i> , <i>Aegopodium podagraria</i> , <i>Geranium sylvaticum</i> , <i>Vaccinium myrtillus</i> , <i>Fragaria vesca</i>
	придолинные склоны с неглубокими дерново-подзолистыми суглинистыми почвами с щебнем горных пород (20-40 см)	333	ельник-сосняк зеленомошниково-ягодниковый (<i>Pinetum myrtilloshycomiosum</i>); III; Е-С зп. яг.	ягодниково-разнотравно-вейниковые, ракетниково-ягодниково-вейниковые; достаточное – берёза, сосна, ива; редкое – ель, лиственница, осина; 70-80%, 110-170 см, 100-250 г/м ² , 12-20, <i>Calamagrostis arundinacea</i> , <i>Brachypodium pinnatum</i> , <i>Stellaria holostea</i> , <i>Rubus saxatilis</i> , <i>Galium boreale</i> , <i>Lathyrus vernus</i> , <i>Lathyrus pratensis</i> , <i>Aegopodium podagraria</i> , <i>Geranium sylvaticum</i> , <i>Vaccinium myrtillus</i> , <i>Fragaria vesca</i>
	средние и нижние части пологих склонов с дерново-подзолистыми двучленными почвами (супесчаные на суглинистых породах) (более 50 см)	334	сосняк орляковый (<i>Pinetum pteridiosum</i>); II-III; С орл.	орляково-вейниковые, разнотравно-вейниковые; достаточное – ива, берёза; редкое – сосна, осина, лиственница; 80-100%, 130-170 см, 200-300 г/м ² , 15-21, <i>Calamagrostis arundinacea</i> , <i>Pteridium aquilium</i> , <i>Chamerion angustifolium</i> , <i>Brachypodium pinnatum</i> , <i>Rubus saxatilis</i> , <i>Aegopodium podagraria</i> , <i>Galium boreale</i> , <i>Lathyrus vernus</i> , <i>Lathyrus pratensis</i> , <i>Geranium sylvaticum</i>
	невысокие водораздельные возвышенности, реже – нижние части склонов к небольшим логам с дерново-слабоподзолистыми щебнистыми суглинистыми на основных горных породах (более 50 см)	335	сосняк травяно-липняковый (<i>Pinetum tilosoherbosum</i>); II; С тр. лп.	вейниково-разнотравно-липняковые; обильное – липа, ива; достаточное – берёза; редкое – сосна, лиственница, осина; 80-100%, 130-170 см, 250-350 г/м ² , 10-12, <i>Calamagrostis arundinacea</i> , <i>Chamerion angustifolium</i> , <i>Cirsium heterophyllum</i> , <i>Solidago virgaurea</i> , <i>Rubus saxatilis</i> , <i>Trollius europaeus</i> , <i>Aegopodium podagraria</i> , <i>Galium boreale</i> , <i>Lathyrus vernus</i> , <i>Lathyrus pratensis</i>
Свежие, периодически влажные	ровные слегка приподнятые участки водоразделов, пологие склоны с суглинистыми дерново-подзолистыми почвами на суглинистом элювии-делювии горных пород (более 50 см)	341	сосняк разнотравный (<i>Pinetum herbosum</i>); II-III; С ртр.	злаково-разнотравные, кипрейно-вейниковые; обильное – берёза, ива; редкое – сосна, осина, ель, липа; 80-100%, 130-170 см, 300-400 г/м ² , 10-12, <i>Calamagrostis arundinacea</i> , <i>Chamerion angustifolium</i> , <i>Cirsium heterophyllum</i> , <i>Solidago virgaurea</i> , <i>Rubus saxatilis</i> , <i>Trollius europaeus</i> , <i>Aegopodium podagraria</i> , <i>Galium boreale</i> , <i>Lathyrus vernus</i> , <i>Lathyrus pratensis</i>
	слегка приподнятые участки ровных водоразделов и депрессий с дерново-подзолистыми оглееными суглинками на водоупоре из плотных пород (более 50 см)	342	сосняк с темнохвойным ярусом мшисто-черничниковый (<i>Piceeto-Pinetum myrtilloshycomiosum</i>); II-II; С-Тх мш. чер.	кипрейно-вейниковые, малиново-кипрейно-вейниковые; редкое – ива, берёза, осина; 90-100%, 160-180 см, 400-500 г/м ² , 7-10, <i>Chamerion angustifolium</i> , <i>Calamagrostis arundinacea</i> , <i>Rubus saxatilis</i>

Результаты исследований

В рассматриваемых нами лесорастительных условиях согласно типологическим схемам Б.П. Колесникова и др. [7] условно-коренными являются сосновые леса (табл.): в сухих лесорастительных условиях – лишайниково-брусничниковые и брусничниковые типы леса; в устойчиво-свежих – ягодниковые, ягодниково-липняковые, зеленомошниково-ягодниковые,

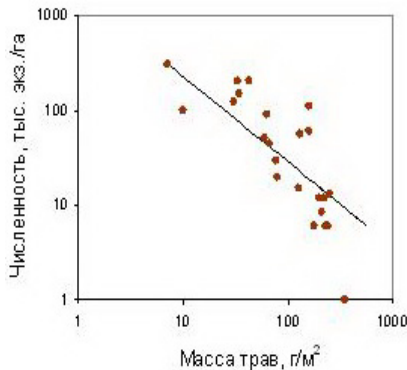


Рисунок 2. Зависимость суммарной численности берёзы и сосны (N , тыс. экз./га) от массы трав (g/m^2 , в абсолютно-сухом состоянии). Статистическим данным при соблюдении минимальности функционала соответствует функция $N = \frac{1800}{P_m^{0,9}}$, где ρ_m – масса трав (g/m^2); коэффициент детерминации 0,59

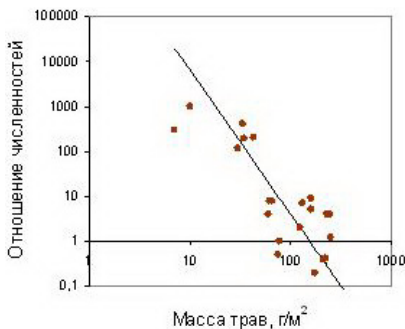


Рисунок 3. Определение критической массы трав (T_c) (массы трав, при которой наблюдается равенство численностей подроста сосны и берёзы) по отношению численности сосны к численности берёзы. Статистическим данным при соблюдении минимальности функционала соответствует

функция $f = \frac{10^7}{P_m^{1,2}}$, где ρ_m – масса трав (g/m^2 в абсолютно сухом состоянии); $T_c=154 g/m^2$; коэффициент детерминации 0,22

орляковые, травяно-липняковые; в периодически влажных – разнотравные и мшисто-черничниковые с тёмнохвойным ярусом. После сплошных рубок во всём градиенте рассматриваемых условий формируются вейниковые вырубки. Однако видовой состав, проективное покрытие, фитомасса и высота яруса трав имеют свои особенности (табл.). Наибольшая фитомасса и высота травянистого яруса отмечается на мощных почвах (более 50 см) в периодически влажных лесорастительных условиях на месте сосняков разнотравных и мшисто-черничниковых, а максимальное количество видов травянистых растений на 1 м² (до 20-21) – в устойчиво-свежих лесорастительных условиях с мощностью почв 20-40 см на месте сосняков ягодниково-липняковых, зеленомошниково-ягодниковых, орляковых (табл.).

Естественное возобновление древесных видов также неоднозначно: варьирует как численность, так и видовой состав (табл.). Для выявления взаимоотношений сосны и берёзы на сплошных вырубках в рассматриваемых условиях нами проведены корреляционный и регрессионный анализы.

Суммарная численность подроста сосны и берёзы (тыс. экз./га) в зависимости от массы трав (g/m^2) для 4-5-летних сплошных вырубок приведена на рисунке 2. С увеличением продуктивности травянистого яруса на вырубках суммарная численность подроста древесных видов (сосны и берёзы) быстро сокращается (более чем на два порядка). График постро-

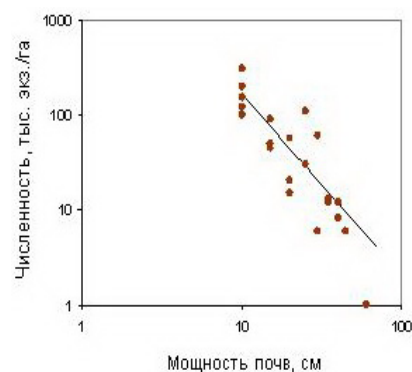


Рисунок 4. Зависимость суммарной численности подроста сосны и берёзы (N , тыс. экз./га) от мощности почв на 4-5-летних вырубках. Возраст подроста – 1-4 года. Статистическим данным при соблюдении минимальности функционала соответствует функция $N = \frac{13000}{H^{1,9}}$, где H – мощность почв (см); коэффициент детерминации 0,76

ен в логарифмической шкале. Зависимость аппроксимирована гиперболой. Коэффициент детерминации 0,59.

Для определения критической массы трав (T_c), при которой наблюдается равенство численностей сосны и берёзы, нами анализируется отношение численностей рассматриваемых древесных видов на 4-5-летних вырубках (рис. 3). Статистическим данным при соблюдении минимальности функционала невязок

соответствует функция $f = \frac{10^7}{P_m^{1,2}}$, где

ρ_m – масса трав (g/m^2 в абсолютно сухом состоянии). Равенство численностей подроста сосны и берёзы ($f=1$) отмечается при массе трав 154 g/m^2 . В случае разреженного травянистого яруса в составе подроста преобладает сосна. При продуктивности трав более 154 g/m^2 – берёза.

Зависимость суммарной численности подроста сосны и берёзы на вырубках от второго управляющего параметра (мощности почв, см) приведена на рисунке 4. Он наглядно показывает быстрое сокращение количества подроста древесных видов на сплошных вырубках с увеличением мощности почв. Статистическим данным при минимальном функционале невязок соответствует функция $N = \frac{13000}{H^{1,9}}$, где H – мощность почв (см). Сходные тенденции отмечались многими авторами для южно-таёж-

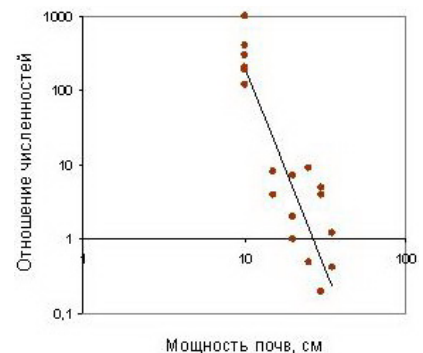


Рисунок 5. Определение H критического (H_c) (мощности почв, при которой наблюдается равенство численностей подроста сосны и берёзы) по отношению численности сосны к численности берёзы на 4-5-летних вырубках. Статистическим данным при соблюдении минимальности функционала соответствует функция $f = \frac{5 \cdot 10^7}{H^{2,4}}$, где H – мощность почв в см; $H_c=27$ см; коэффициент детерминации 0,53

Лесное хозяйство - Образование

ных и среднетаёжных лесов европейской части России, Урала и Западной Сибири [1, 10, 11], но уравнения зависимостей получены не были.

Для определения критической мощности почвы (H_c), при которой наблюдается равенство численностей сосны и берёзы, нами рассматривается отношение численностей рассматриваемых древесных видов на вырубках (рис. 5).

Статистическим данным при минимальном функционале невязок со-

ответствует функция $f = \frac{5 \cdot 10^9}{H^{1.4}}$, где

H – мощность почв в см. Равенство численностей сосны и берёзы ($f=1$) отмечается при мощности почв 27 см. На мелких почвах в составе под-

роста преобладает сосна, на мощных – берёза. Качественный вывод о преобладании одного из двух древесных видов в зависимости от мощности почв хорошо согласуется с литературными данными, в том числе полученными для других регионов России [1, 10, 11]. Уравнения зависимостей и критические условия для изучаемого региона приводятся впервые.

Таким образом, для сплошных вырубок Зауральской холмистопредгорной провинции нами даны типологическая и геоботаническая характеристики, получены уравнения зависимостей суммарной численности подраста берёзы (*Betula pendula* Roth, *B. pubescens* Ehrh.) и сосны (*Pinus sylvestris* L.) (наиболее распро-

странённых на Урале и в Зауралье древесных видов) от двух управляющих параметров: интенсивности развития травяно-кустарничкового яруса и лесорастительных условий (мощности почв). Нами выявлены критические условия, при которых наблюдается равенство численностей сосны и берёзы. Критическая масса трав составляет 154 г/м², критическая мощность почв – 27 см. Эти критические точки будут использованы в дальнейшем для разработки нелинейной модели. Они необходимы для перехода к канонической (безразмерной) форме и построения потенциальной функции катастрофы сборки, которая определяет энергетическую характеристику в приведённом виде.

Литература

1. Санников С. Н. Экология и география естественного возобновления сосны обыкновенной. М. : Наука, 1992. 264 с.
2. Миркин Б. М., Наумова Л. Г. Наука о растительности: история и современное состояние концепций. Уфа : Гилем, 1998. 413 с.
3. Иванова Н. С. Моделирование продуктивности травяно-кустарничкового яруса в коротко-производных березняках Южного Урала // Аграрный вестник Урала. 2009. № 4. С. 96-98.
4. Ulanova N. G., Zavlishin N. N., Logofet D. O. Competition between and within aspen (*Populus tremula*) and raspberry (*Rubus idaeus*) after clear-cutting: matrix models of structured populations dynamics // Forest Science and Technology. 2007. Vol. 3. No. 1. P. 68-77.
5. Моделирование динамики органического вещества в лесных экосистемах / отв. ред. В. Н. Кудяров. М. : Наука, 2007. 380 с.
6. Быстрой Г. П., Иванова Н. С. Подходы к моделированию динамики лесной растительности на основе теории катастроф // Аграрный вестник Урала. 2010. № 2.
7. Колесников Б. П., Зубарева Р. С., Смолоногов Е. П. Лесорастительные условия и типы лесов Свердловской области. Свердловск : УНЦ АН СССР, 1974. 176 с.
8. Гилмор Р. Прикладная теория катастроф. М. : Мир, 1984. Т. 1. 350 с. ; Т. 2. 285 с.
9. Программа и методика биогеоценотических исследований / отв. ред. Н. В. Дылис. М. : Наука, 1974. 402 с.
10. Поликарпов Н. П. Формирование сосновых молодняков на концентрированных вырубках. М. : Изд-во АН СССР, 1962. 171 с.
11. Маслаков Е. Л., Колесников Б. П. Классификация вырубок и естественное возобновление сосновых лесов среднетаёжной подзоны равнинного Зауралья // Леса Урала и хозяйство в них. 1968. Вып. 1. С. 246-279.